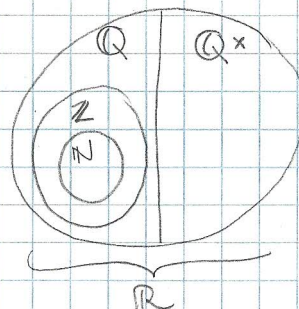


2. tétel: Valós, racionális, irracionális számhalmazok, számosság, ...

I. Számhalmazok:

- $\mathbb{N}^{(+)}$: természetes számok (poz. eg., +0)
↳ összeadásra, szorzásra zárt
- \mathbb{Z} : egész számok (poz. eg., ellentettek, 0)
↳ összeadásra, kivonásra, szorzásra zárt
- \mathbb{Q} : racionális számok ($\frac{a}{b}$, ahol $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$)
↳ 4 alapműveletre zárt



II. Törtök:

- Közösleges tört: $\frac{a}{b}$
 - $b \mid a \rightarrow$ egész
 - $b = 2^x \cdot 5^y \rightarrow$ véges tizedes tört
 - $\text{amúgy} \infty$ szakaszos tizedes tört

Tizedes tört

- $x, y_1 y_2 \dots y_i \dots$ i . értéke: $10^{-i} \cdot y_i$

- Végtelen szakaszos tört átírása közöslegessé:

$$0, a_1 a_2 \dots = \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{100} + \dots + \frac{a_i}{10^i} + \dots \leq 9 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots \right) = 1$$

végtelen mértani sor összege segítségével ②

- \mathbb{Q}^* : irracionális számok (végtelen, nem szakaszos tizedes tört, nem $\frac{a}{b}$ alakú)
↳ $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}^* = \emptyset$

- \mathbb{R} : valós számok = $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^*$ ①

III. Műveletek tulajdonsága:

- Kommutatív: $a+b = b+a$ $+, \cdot$
- Asszociatív: $(a+b)+c = a+(b+c)$ $+, \cdot$
- Distributív: $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ $+, \cdot, -$

① Komplex számok, Algebrai számok, Transzcendens számok

② Véges törtök két alakja: pl: $0,12 = 0,119$

