3. tétel: Oszthatóság, prímek, számrendszerek

I. Oszthatóság:

- Def.: $a|b$, ha $\exists q \in \mathbb{N}: b = q \cdot a$ $(a, b \in \mathbb{N})$
- Minden szám ellentettje hasonlóan viselkedik
  $\frac{0}{0}$ nem értelmezett, de $0|0$ igen
  Pozitívakra $a \leq b$
- Reflexszív: $a|a$
- Tranzitív: $a|b$, $b|c \Rightarrow a|c$
- $a|b$, $a|c \Rightarrow a|(b+c)$ és $a|(b+c)$, $a|b \Rightarrow a|c$
- $a|b \Rightarrow a|b \cdot d$; $a|1 \Rightarrow a = 1$; $a|b$, $b|a \Rightarrow a = b$

II. Osztók száma:

- 1 osztó: 1 ; 2 osztó: prím ; több osztó: összetett szám
- 0-nak ∞ osztója van
- Négyzetszámok: páratlansok osztó (+ a 0)
- Osztók száma: $a = p_1^{\alpha_1} \cdots p_n^{\alpha_n} \rightarrow d(a) = (\alpha_1 + 1) \cdots (\alpha_n + 1)$

III. Oszthatósági szabályok:

- 3/9: számjegyek összege osztható 3-mal / 9-cel
- 2^n: utolsó n számjegy osztható 2^n-nel
- 11: páros helyiértékű = páratlan helyiértékű számjegyek összege
- 5/10: utolsó számjegy osztható 5-tel / 10-zel
- Összetett számokra: pl. 6 osztja a-t, ha 2 és 3 is

IV. Két szám kapcsolata:

- legnagyobb közös osztó: a és b-re a legnagyobb k, melyre $k|a$ és $k|b$
- legkisebb közös többszörös: a és b-re a legkisebb k, melyre $a|k$ és $b|k$
- $\text{lnko}(a,b) \cdot \text{lkkt}(a,b) = ab$