

4. tétel: A matematikai logika elemei. Logikai műveletek. Állítás és megfordítása, szükséges és elégséges feltételek, bemutatásuk tételek megfogalmazásában és bizonyításában.

I. Elemek, műveletek

- Állítás: kijelentő mondat, egyértelműen eldönthető az igazságtartalma
 - logikai értéke: igaz (i,1), hamis (h,0)
 - egyszerű vagy összetett (műveletek)

	Negáció	Konjunkció	Diszjunkció	Antivalencia
az informatikában használatos rövidítésük	NOT	AND	OR	XOR
magyarul	NEM (negálás)	ÉS (logikai szorzás)	megengedő VAGY (logikai összeadás)	kizáró VAGY (logikai kivonás)
jelölésük a logikában	$\neg A$	\wedge esetleg *	\vee esetleg +	\oplus
jelölésük a halmazelméletben	\bar{A} (komplementer)	\cap (metszet)	\cup (unió)	Δ (szimmetrikus differencia)

- Három alpműveletből bármelyik másik felépíthető
 - Negáció/Tagadás: $\bar{\bar{A}} = A$; A és \bar{A} nem lehet egyszerre igaz (ellentmondásmentesség), sem hamis (harmadik kizárásának elve)
 - Diszjunkció (vagy): kommutatív és asszociatív, disztributív konjunkció felett
 - Konjunkció (és): kommutatív és asszociatív, disztributív diszjunkció felett
- Kvantorok: egzisztenciális (\exists), univerzális (\forall)

Negáció

A	$\neg A$
i	h
h	i

Tagadás

Diszjunkció

A	B	$A \vee B$
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Megengedő vagy

Implikáció

A	B	$A \Rightarrow B, \neg A \vee B$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

Ha ..., akkor ...

Sem-sem

A	B	$A \sim B$
i	i	h
i	h	h
h	i	h
h	h	i

Sem-sem

Konjunkció

A	B	$A \wedge B$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	h

És

Antivalencia

A	B	$A \oplus B$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Kizáró vagy

Ekvivalencia

A	B	$A \Leftrightarrow B, (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	i

Akkor és csakis akkor, ha ...

Sheffer

A	B	$A B$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	i

Kizárás

II. Állítás és megfordítása, szükséges és elégséges feltétel

- $A \Rightarrow B$: A állítás B állítás elégséges feltétele
- $(\neg A) \Rightarrow (\neg B)$: A állítás B állítás szükséges feltétele
- $A \Leftrightarrow B$: A állítás B állítás szükséges és elégséges feltétele

III. Tételek

- De Morgan-azonosságok: $\neg(A \wedge B) = (\neg A) \vee (\neg B)$; $\neg(A \vee B) = (\neg A) \wedge (\neg B)$ (igazságtáblával)
- Implikáció, ekvivalencia levezetése igazságtáblával

IV. Alkalmazás

- Matematikai tételek (és megfordításuk) kimondása, bizonyítása
- Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása
- (Érvrendszer felépítése)

V. Történet

- Ókori logika: Arisztotelész, Euklidész
- 1700-as évek: logika matematizálására kísérlet (Leibniz, Lambert)
- 19. század közepe: matematikai logika (Boole, De Morgan)