5. tétel: hatványozás, kiterjesztése, gyökvonás, azonosságok

I. Hatványozás fogalma:

- a^m a: alap $\in \mathbb{Q}, \neq 0$ m: kitevő $\in \mathbb{Z}^{+,0}$ m tagú szorzat, minden tényező a
- Permanencia -elv alapján $\mathbb{Z}$ m-re való kiterjesztés

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}, \quad a \neq 0, \quad m \in \mathbb{Z}^+$$

- Kiterjesztés $\mathbb{R}$ m-re $(m = p/q)$:

$$a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p} \qquad q \neq 0, \quad a \geq 0$$

(• Kiterjesztés $\mathbb{Q}$ m-re $(m = \alpha)$:

$$a^{\alpha} = \lim_{r \to \alpha} a^r,$$ ahol r olyan sorozat tagjai, mely α-hoz tart)

II. Hatványozás azonosságai:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m / a^n = a^{m-n}$
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
- $(a/b)^m = a^m / b^m$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

III. Számok normál alakja:

1) 1–10 -ig önmaga

2) 10 egész kitevős hatványa:

$x \in \mathbb{R}^+ \rightarrow x = a \cdot 10^k \qquad 1 \leq a \leq 10 \qquad k \in \mathbb{Z}$

$x \in \mathbb{R}^- \rightarrow x = -a \cdot 10^k \qquad$ –"–

IV. Hatványfüggvény tulajdonságai:

	ÉT	ÉK	Zérush.	Monotonitás	Szélső é.	Paritás	Konvexitás	Korlátosság	Folytonosság	Deriválható
$f_1(x) = x^{2k}$	$x \in \mathbb{R}$	$f(x) \in \mathbb{R}^+, 0$	$x, y = 0$	$]-\infty, 0]$ szig.m.cs. $[0, \infty[$ szig.m.n.	min: $x, y = 0$	páros	konvex	alulról	✓	✓
$f_2(x) = x^{2k+1}$	$x \in \mathbb{R}$	$f(x) \in \mathbb{R}$	$x, y = 0$	szig.m.n.	nincs	páratlan	$]-\infty, 0]$ konkáv $[0, \infty[$ konvex	$\emptyset$	✓	✓

$$f_1^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}$$

$$f_2^{-1}(x) = \sqrt[2k-1]{x}$$