11. tétel: Függvénytulajdonságok, differenciálás

I. Függvény:

- Körülírás: $f: x \mapsto y$, $x \in H$ ÉT: H ÉK: y-ok halmaza
  $f(x) = y$
-

II. Függvénytulajdonságok:

- Zérushely: x_0, melyre $f(x_0) = 0$, $x_0 \in$ ÉT
- Monotonitás (I intervallumra) $x_1, x_2 \in I$):
  - $x_1 < x_2$ és $f(x_1) < f(x_2)$ szig. mon. nő ; $f(x_1) \leq f(x_2)$ mon. nő
  - $x_1 < x_2$ és $f(x_1) > f(x_2)$ szig. mon. csökk ; $f(x_1) \geq f(x_2)$ mon. csökk
- Szélsőérték:

Szélsőérték:	Lokális	Globális
Minimum	$\forall f(x) \geq f(x_0)$ egy környezetben *	$\forall f(x) \geq f(x_0)$ az ÉT-ban
Maximum	$\forall f(x) \leq f(x_0)$ egy környezetben	$\forall f(x) \leq f(x_0)$ az ÉT-ban

* $\exists \delta > 0$, melyre ha $|x - x_0| < \delta$

- Konvexitás (I intervallumban, $x_1, x_2 \in I$):
  - konvex: $\forall$ x_1, x_2-re $(x_1; f(x_1))$ $(x_2; f(x_2))$ pontokat összekötő szakasz $f(x)$ felett van
  - gyengén konvex:
  - konkáv:
  - gyengén konkáv:
  - inflexiós pont: konvex-konkáv váltás helye
- Határérték
  - def.: f határértéke x_0 helyen A_0, ha értelmezett x_0 környezetében és $\forall \varepsilon > 0$-hoz $\exists \delta > 0$, hogy $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$
- Folytonosság: f x_0-ban folytonos, ha
  1. f értelmezett x_0 környezetében és x_0-ban is
  2. $\exists$ x_0-ban határérték (A_0) és $A_0 = f(x_0)$

  $\rightarrow$ Intervallum folytonos, ha minden pontja folytonos
- Paritás: páros: ha $x \in$ ÉT $\Rightarrow -x \in$ ÉT és $f(x) = f(-x)$ (y tengelyre tükr.)
  páratlan: ha $x \in$ ÉT $\Rightarrow -x \in$ ÉT és $f(x) = -f(-x)$ (origóra tükr.)
- Periodikusság: $\exists$ $p > 0$, amire $\forall x \in$ ÉT-re $x + p \in$ ÉT és $f(x) = f(x+p)$
- Korlátosság: felülről, ha $\exists K$: $\forall x \in$ ÉT-re $f(x) \leq K$ } korlátos, ha
  alulról, ha $\exists k$: $\forall x \in$ ÉT-re $f(x) \geq k$ } mindkettő igaz
- Supremum:
  Infimum: