17. tétel: Vektorok, vektorműveletek, koordinátáik, skaláris szorzat

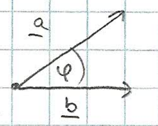
I. Vektorok fogalma:

- Hossz, irány, irányítás határoz meg egy vektort (irányított szakaszok ekvivalenciaosztálya)
- Két vektor: – párhuzamos, egyállású: $\uparrow\uparrow$ $\downarrow\uparrow$ (azonos irány)
  – ellentétes vagy egyező irányú
- Két vektor egyenlő, ha: $|\underline{v_1}| = |\underline{v_2}|$ egyállású, egyező irányú
  ha ellentétes irányú, akkor $\underline{v_1} = -\underline{v_2}$
- Nullvektor: $|\underline{v}| = 0$
- jelölések: A kezdőpont, B végpont: $\overrightarrow{AB}$ vagy $\underline{a}$

II. Vektorok alapműveletei:

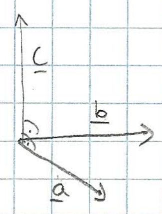
- Összeadás: $\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$
  - kommutatív $(\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a})$ paralelogramma-szabály
  - asszociatív $((\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} = \underline{a} + (\underline{b} + \underline{c}))$
- skalárral való szorzás:

III. Skaláris szorzat:



- $\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \cos\varphi$
- Ha $\underline{a} \perp \underline{b} \iff \underline{a} \cdot \underline{b} = 0$
- Kommutatív: $\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \cos\varphi = |\underline{b}| \cdot |\underline{a}| \cdot \cos\varphi$ ✓
- Nem asszociatív: $(\underline{a} \cdot \underline{b}) \cdot \underline{c} \neq \underline{a} \cdot (\underline{b} \cdot \underline{c})$

IV. Vektoriális szorzat:



- $|\underline{a} \times \underline{b}| = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \sin\varphi = |\underline{c}|$
- $\underline{a}$ és $\underline{b}$ síkjára merőleges $\underline{c}$, jobbkézszabállyal
- Nem kommutatív: $|\underline{a} \times \underline{b}| = |\underline{b} \times \underline{a}|$, de $\underline{c_1} = -\underline{c_2}$
- Nem asszociatív: $(\underline{a} \times \underline{b}) \times \underline{c} \neq \underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c})$
- Összeadásra disztributív: $\underline{c} \times (\underline{a} + \underline{b}) = \underline{c} \times \underline{a} + \underline{c} \times \underline{b}$