

21. tétel: Területszámítás, integrálszámítás

I. Terület fogalma:

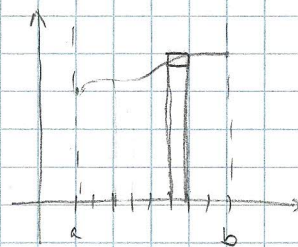
- Terület: síkidomokhoz rendelt nem negatív szám
- Egységnégyzet területe 1
- Egybevágó síkidomok területe egyenlő
- Feldarabolt síkidomok területe a darabok területének összege

II. Területszámítás elemi úton:

- Négyzet: a^2 , téglalap: ab
- Parallelogramma (téglalpra visszavezetve): $a \cdot m = \frac{ef \cdot \sin \varphi}{2}$
Trapez (parallelogrammára visszavezetve): $\frac{a+b}{2} \cdot m$
- Háromszög: $\frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2} = rs = \frac{abc}{4R} = r_a(s-a) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
- Deltoid (háromszögekre visszavezetve): $\frac{ef}{2}$
- Sokszögek: háromszögezéssel
- Kör: $r^2 \pi$ (be-és körülírt sokszöggel közelítés; integrálás)
- Körívek: $\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{T(\alpha)}{r^2 \pi}$, körszelet: körcikk - Δ

III. Határozott integrál:

- $[a, b]$ intervallumon folytonos, korlátos függvény
- Végtelenül finomodó felosztás, $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$
- Minden területdarab becslése



$$\rightarrow \text{Alsó közelítő összeg: } t = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) \cdot \inf(f(x) | [x_{i-1}, x_i])$$

$$\rightarrow \text{Felső közelítő összeg: } T = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) \cdot \sup(f(x) | [x_{i-1}, x_i])$$

- Határozott integrál: ha $t \rightarrow A$, akkor $T \rightarrow A$ és h.i. = A
- Newton - Leibniz formula (ha végpontokban nem folytonos):

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b, \text{ ha } [a, b]\text{-n } F'(x) = f(x)$$

